

第3回情報数理解セミナー

日時：2022年8月17日(水)～8月19日(金)

会場：茨城大学工学部日立キャンパス

プログラム

8月17日(水)

9:30～会場準備・諸注意

10:00～11:30 澤原 雅知 (埼玉大学)

Minimal compactifications of the affine plane with nef canonical divisors (I)

13:00～14:30 澤原 雅知 (埼玉大学)

Minimal compactifications of the affine plane with nef canonical divisors (II)

15:00～16:30 高橋 祐太 (筑波大学)

Super Lie groups over a complete field

～18:00 自由討論

8月18日(木)

9:30～会場準備・諸注意

10:00～11:30 宮本 賢伍 (茨城大学)

Heller components of symmetric orders with finitely many Heller lattices

13:00～14:30 神代 真也 (小山工業高等専門学校)

Certain monomial ideals whose numbers of generators of powers descend

15:00～16:30 金井 和貴 (新潟大学)

Davenport-Hasse の持ち上げ定理とその行列類似

～18:00 自由討論

8月19日(金)

9:30～会場準備・諸注意

10:00～11:30 長峰 孝典 (小山工業高等専門学校)

Some criteria for a ring to be a UFD and their applications

世話人:

神代 真也 (小山工業高等専門学校 一般科) 品川 和雅 (茨城大学 大学院理工学研究科)

長峰 孝典 (小山工業高等専門学校 一般科) 宮本 賢伍 (茨城大学 大学院理工学研究科)

本セミナーは JSPS 科研費 JP21K13782 の助成を受けたものです。

アブストラクト

澤原 雅知 (埼玉大学)

Minimal compactifications of the affine plane with nef canonical divisors

正規コンパクト解析曲面 X がアフィン平面の極小コンパクト化であるとは、ある X の既約閉部分曲線 Γ が存在して $X \setminus \Gamma$ がアフィン平面 \mathbb{C}^2 と双正則になる事を言う。本講演では、標準因子が数値的ネフであるような極小コンパクト化は代数的でない事を示す。言い換えれば、代数的であるようなアフィン平面の極小コンパクト化は、常に数値的 del Pezzo 曲面である事を示す。

高橋 祐太 (筑波大学)

Super Lie groups over a complete field

スーパーとは $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$ により次数付けられた対象のことであり、代数やリー群といった概念はスーパーへと一般化される。ここで「一般の (スーパーでない) 対象において成立する事実はスーパーにおいても成立するか」という問題が考えられる。本発表では、このスーパーにおける問題に対してホップ代数的アプローチによる研究成果を述べる。特に主結果として、完備体上のスーパー・リー群 G とそのスーパー・リー部分群 H に対して、その商スーパー多様体 G/H の性質を紹介する。

長峰 孝典 (小山工業高等専門学校)

Some criteria for a ring to be a UFD and their applications

体 k 上のアフィン代数多様体 X の座標環 $k[X]$ は k 上の多項式環の剰余環となる。 k 上の多項式環はもちろん UFD だが、その剰余環が UFD となるかどうかを確認することは一般に簡単ではない。本講演では、 $\dim X - 1$ 次元のトーラス $(\mathbb{G}_m)^{\dim X - 1}$ の作用を持つアフィン代数多様体 X を考える。トーラス作用にいくつかの条件を加えることで、座標環 $k[X]$ の定義イデアルが 3 項式で生成されることが知られている (森重文氏 (1977 年), 石田正典氏 (1977 年), J. Hausen 氏, E. Herppich 氏および H. Süß 氏 (2011 年))。したがって、3 項式で定義される k 代数についての UFD 判定が構成できれば X の様子がわかる。そのために、1964 年に P. Samuel 氏が構成した UFD 判定を改良する。特に A が UFD のとき、次の 2 つの剰余環が UFD となるための条件を与える: (i) $A[x]/(ax - b)$, (ii) $A[x]/(x^c - f)$ 。これら 2 種類の一般化された Samuel の UFD 判定を使って、3 項式で定義される k 代数が UFD となるための条件を与える。

宮本 賢伍 (茨城大学)

Heller components of symmetric orders with finitely many Heller lattices

Let \mathcal{O} be a complete discrete valuation ring, κ the residue field, \mathcal{K} the quotient field and A a symmetric \mathcal{O} -order.

A Heller component of A introduced by Kawata is an Auslander-Reiten component which contains Heller lattices over A .

This component plays an important role in representation theory since it is expected to describe the relationship between AR sequences of A and those of $A \otimes_{\mathcal{O}} \kappa$.

In this talk, we give a restriction of the shapes of Heller components over A which has only finitely many Heller lattices.

Note that we do not assume that A is an isolated singularity, i.e., $A \otimes_{\mathcal{O}} \mathcal{K}$ is semisimple.

神代 真也 (小山工業高等専門学校)

Certain monomial ideals whose numbers of generators of powers descend

本講演ではイデアルの極小生成系の個数に関する Sally および Herzog の問いについて考察する。イデアルの極小生成系の個数は、可換環やイデアルを解析するにあたって最も基本的な量の一つである。この方向における研究の基盤となっている結果として、局所環 (A, m) の m -準素イデアルの冪の極小生成系の個数で定義され整数値関数 (=ヒルベルト関数) が十分大きいところで (一意の) 多項式に一致する、という結果がある。反面、多項式に一致する前のところではどのような振る舞いをするかはあまりよくわかっていない。以上の背景のもと、本講演では 2 変数多項式環の単項イデアルで、そのヒルベルト関数が多項式に一致する前までは常に減少し続ける悪い具体例について述べる。

金井 和貴 (新潟大学)

Davenport-Hasse の持ち上げ定理とその行列類似

Davenport-Hasse の持ち上げ定理は、有限体 \mathbb{F}_{q^n} 上のガウス和 (ヤコビ和) を \mathbb{F}_q 上のガウス和 (ヤコビ和) の冪で表示する美しい定理である。ガウス和やヤコビ和は、1949 年の Weil によるフェルマー多様体の \mathbb{F}_q 有理点のヤコビ和による計算をはじめ多くの応用を持ち、符号理論などでも研究されている。

今回、2004 年に F. Thaine 氏によって定義されたガウス周期に付随する行列に着目し、その持ち上げを与える “積” (通常の行列の積とは異なる) を詳しく調べた。さらには、ガウス周期をガウス和の有限フーリエ変換と捉えることで、Davenport-Hasse の持ち上げ定理の行列類似を示すことに成功した。また、その応用として、 \mathbb{F}_q 上のヤコビ和に付随するディオファントス方程式の解を \mathbb{F}_{q^n} 上へ持ち上げる、行列の “積” を用いた方法を与えた。本講演ではこの結果について、具体例を交えた解説を試みる。星明考氏 (新潟大学) との共同研究 (arXiv:2105.14872)。